ECOLE SUPERIEURE VINCI
RABAT

Prof. : Abdallah El Khyari
abdallah.elkhyari@gmail.com

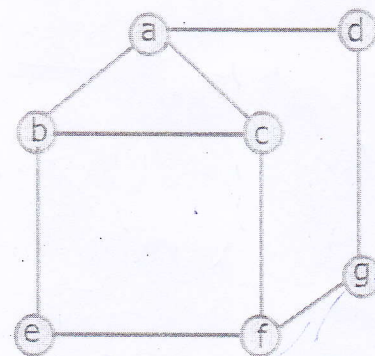
L3 Technologies de l'information
Contrôle Continu blanc - Théorie des Graphes
Novembre 2015 – Durée 1h 30

AUTOUR DU COURS (10 points)

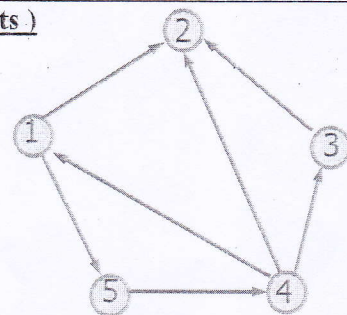
Exercice 1 :

- Qu'est-ce qu'un cycle eulérien ?
- Qu'est-ce qu'une chaîne eulérienne ?
- Donner une condition nécessaire et suffisante pour qu'un graphe simple non orienté admette un cycle eulérien.
- Donner une condition nécessaire et suffisante pour qu'un graphe simple non orienté admette une chaîne eulérienne.

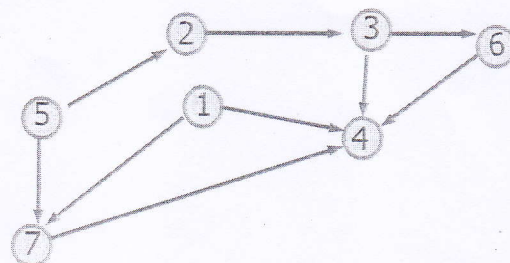
Exercice 2 :
Existe-il un graphe G = (V, E) tel que la suite correspondant à la liste des degrés de ses sommets : 4, 4, 3, 3, 2 (justifier votre réponse) .
Même question pour la liste : 4, 4, 3, 2, 2, 1, 1.

Exercice 3 : On considère le graphe G ci-contre :
1- Quel sont les degrés des sommets a et e ?
2- Donner une chaîne reliant b à g ? Cette chaîne est-elle simple ?
3. Donner M, la matrice d'adjacence du graphe G, puis la représentation de G par matrice d'incidence.
4 Que représente la matrice M^4 ?
(Rappel : Une chaîne simple est une chaîne ne passant pas deux fois par une même arête)

FERMETURE TRANSITIVE (5 points)

Exercice 1 : On considère le graphe orienté G ci-contre :

En appliquant l'algorithme de Warshall, déterminer la fermeture transitive du graphe G.

NOYAU D'UN GRAPHE ORIENTE (5 points)

Exercice 1 :
1- Le graphe G suivant admet-il ~~cycle~~ circuit ? admet-il un noyau ?
2- Appliquer un algorithme de votre choix pour déterminer un noyau du graphe G

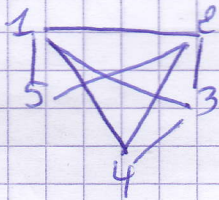
Correction Contrôle Continu Blanc

Autour du cours :

Exercice 1 :

- Un cycle eulérien est un cycle qui passe une et une seule fois par chaqun des arrêts du graphe.
- Une chaîne eulérienne est une chaine qui passe une et une seule fois par chacuns des arrêtes du graphe.
- Un graphe simple non orienté admet un cycle eulérien si et seulement si il n'admet pas de sommet de degré impaire
- Un graphe simple non-orianté admet une chaine eulérienne ssi il admet exactement deux sommets de degré impair.

Exercice 2 :

1) $\Sigma d = 16$ (pair)

$\Sigma d = 2|E|$
$\Sigma d^+ = \Sigma d^-$
$\Sigma d^+ + \Sigma d^- = 2|A|$

2) $\Sigma d = 17$ (impaire
n'existe pas

Exercice 3 :

1) $d(a) = 3$, $d(e) = 2$

2) $b \to c \to f \to g$ / Elle est simple

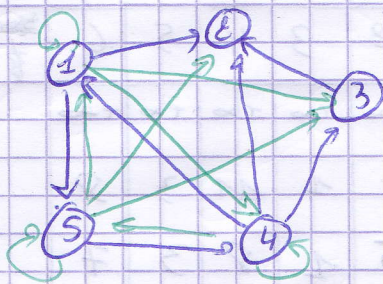
3) matrice d'adjacence

$$M = \begin{pmatrix} & a & b & c & d & e & f & g \\ a & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ d & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ e & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ f & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrice d'incidence

$$M' = \begin{pmatrix} & ab & ac & ad & bc & be & cf & dg & ef & fg \\ a & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ e & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4) M^4 represente toutes les chaînes de longueur 4 du graphe G.

Fermeture transitive

Sommet 1 : arcs entrants (4,1)
" sortants (1,2) (1,5) } ajouter (4,2) (4,5)

Sommet 2 : " entrants (1,2) (4,2) (3, 2)
" } rien à faire

Sommet 3 : " entrants (4,3)
" sortants (3,2) } (4,2)

Sommet 4 : " entrants (5,4)
" sortants (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) } (5,1) (5,2) (5,3) (5,5)

Sommet 5 : " entrants (1,5) (4,5)
" Sortants (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) } (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5)
(4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5)

Noyau d'un graphe orienté.

1) Le graphe n'admet pas un cycle, et il admet un noyau

2) algo 1

Les sommets noyau : 4, 2
les sommets hors noyau : 1, 3, 5, 6, 7

algo 2 :